

# Wprowadzenie do logiki

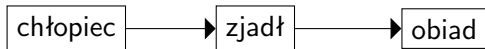
## Wyrażenia jako ciągi słów. Automaty skończone

Mariusz Urbański

Instytut Psychologii UAM  
Mariusz.Urbanski@amu.edu.pl

Dzisiejsza opowieść pochodzi  
z *Wykładów z logiki* Marka Tokarza.

Złożone wyrażenia konstruujemy zwykle jako ciągi wyrażeń prostszych.  
Zdanie *Chłopiec zjadł obiad* powstaje jako sekwencja trzech słów:

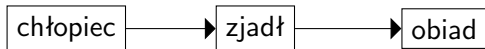


Aby ciągi takie były wyrażeniami gramatycznie poprawnymi, spełnione być muszą dwa warunki:

- (a) słowa muszą w nich występować w odpowiedniej **kolejności**,
- (b) słowa muszą posiadać odpowiednią **formę fleksyjną**.

Języki, w których szyk jest ważniejszy niż fleksja, nazywać możemy *pozycyjnymi*; te, w których forma gramatyczna wyrażeń ważniejsza jest od ich kolejności – *fleksyjnymi*.

Złożone wyrażenia konstruujemy zwykle jako ciągi wyrażeń prostszych.  
Zdanie *Chłopiec zjadł obiad* powstaje jako sekwencja trzech słów:



Aby ciągi takie były wyrażeniami gramatycznie poprawnymi, spełnione być muszą dwa warunki:

- (a) słowa muszą w nich występować w odpowiedniej **kolejności**,
- (b) słowa muszą posiadać odpowiednią **formę fleksyjną**.

Języki, w których szyk jest ważniejszy niż fleksja, nazywać możemy *pozycyjnymi*; te, w których forma gramatyczna wyrażeń ważniejsza jest od ich kolejności – *fleksyjnymi*.

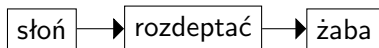
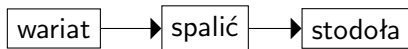
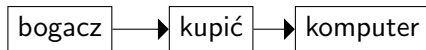
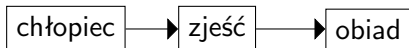
Żaden język etniczny nie jest czysto pozycyjny ani czysto fleksyjny. Dalej jednak interesować nas będą przede wszystkim takie języki sztuczne, w których fleksja nie jest specjalnie istotna, dlatego też wszystkie rozważane tutaj języki będziemy traktować jako pozycyjne.

Przyjmijmy zatem, że zdanie *Chłopiec zjadł obiad* generowane jest przez diagram, w którym wszystkie wyrażenia występują w swoich formach podstawowych (rzeczowniki w mianowniku, czasowniki w bezokoliczniku itd.):

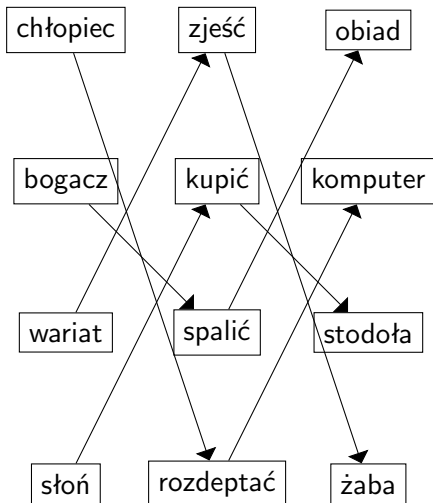


Ten sam diagram generuje również zdania *Chłopiec zje obiad*, *Chłopiec zjada obiad* i każde inne, powstające z tych trzech słów, wziętych w odpowiednio dobranej gramatycznej formie.

Rozważmy cztery zdania:



I inny sposób połączenia strzałkami poszczególnych wyrażzeń:



W ten sposób utworzymy cztery nowe zdania (pamiętajmy o konieczności dostosowania formy gramatycznej wyrażień!): *Chłopiec rozdeptał komputer, Bogacz spalił dom, Wariat zjadł żabę, Słoń kupił stodołę*. Niektóre są nieco dziwaczne w treści, ale wszystkie – poprawne pod względem gramatycznym.

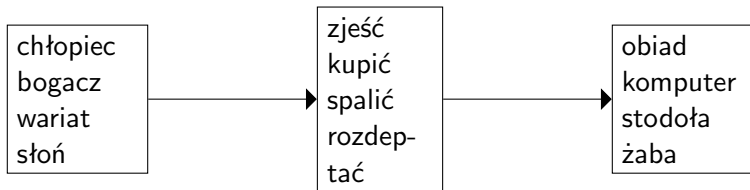
Jeśli potraktujemy kolumny z poprzedniego przykładu jako zbiory (czy też listy) słów, możemy stworzyć następujący diagram konstrukcji 64 zdań (oraz ich fleksyjnych wariantów):



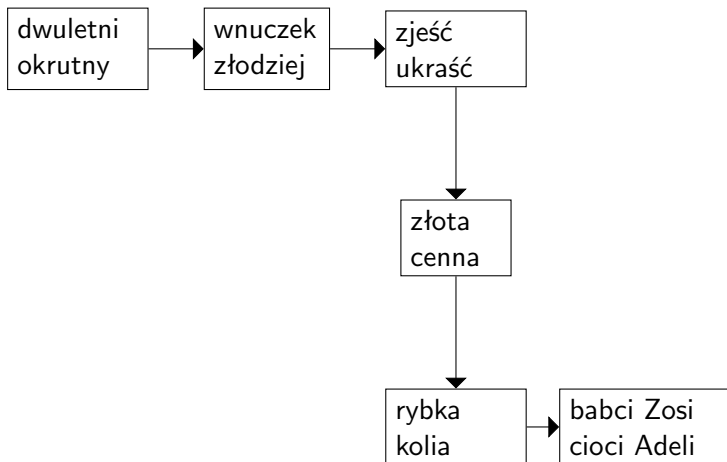


W ten sposób utworzymy cztery nowe zdania (pamiętajmy o konieczności dostosowania formy gramatycznej wyrażień!): *Chłopiec rozdeptał komputer, Bogacz spalił dom, Wariat zjadł żabę, Słoń kupił stodołę*. Niektóre są nieco dziwaczne w treści, ale wszystkie – poprawne pod względem gramatycznym.

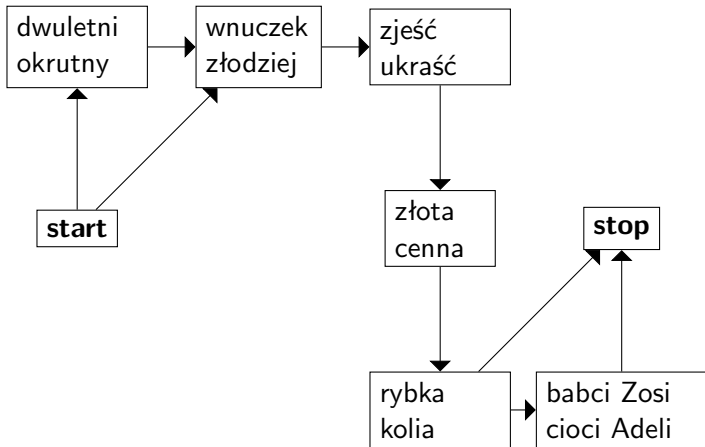
Jeśli potraktujemy kolumny z poprzedniego przykładu jako zbiory (czy też listy) słów, możemy stworzyć następujący diagram konstrukcji 64 zdań (oraz ich fleksyjnych wariantów):



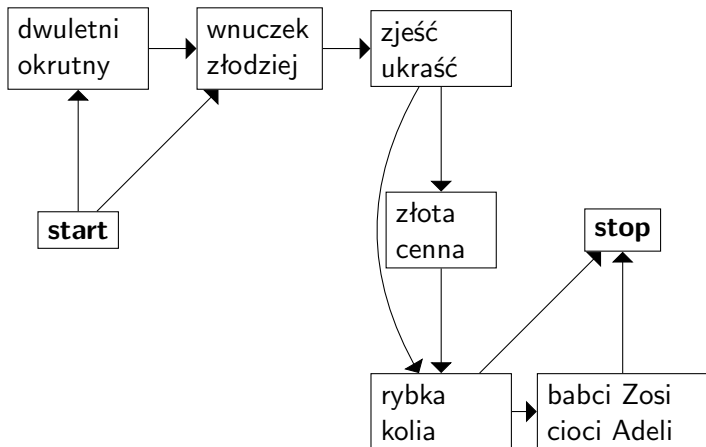
Rozważmy diagram następujący:



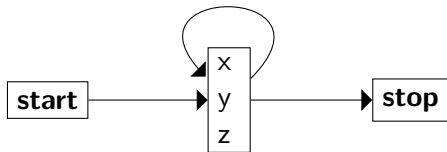
Korzystając zeń możemy wytworzyć 64 zdania (i ich warianty), w rodzaju *Okrutny wnuczek zjadł cenną kolię babci Zosi*, ale nie wytworzymy prostszego zdania *Wnuczek zjadł cenną kolię*. Aby to umożliwić potrzebujemy dwóch list specjalnych: **start** i **stop**:



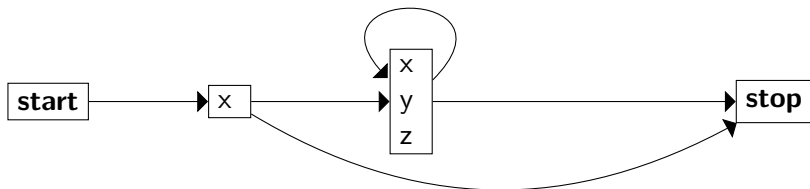
Z kolei, żeby móc zbudować zdanie *Złodziej ukradł rybkę* musimy móc ominąć listę [złota, cenna]:



Do wytwarzania ciągów złożonych z symboli 'x', 'y', 'z' użyć możemy następującego diagramu z **pętlą**:



Do wytwarzania ciągów złożonych z symboli 'x', 'y', 'z' i rozpoczynających się od 'x', użyć możemy diagramu nieco bardziej skomplikowanego:



Diagramy zbudowane w sposób wyżej opisany to tzw. **automaty skończone**, najprostsze abstrakcyjne modele tworzenia złożonych wyrażeń przez człowieka. Konstrukcja takich automatów podlega kilku prostym regułom:

- 1 w skład automatu wchodzi dwie listy specjalne [**start**] i [**stop**] oraz dowolna liczba list zwykłych, będących zbiorami dowolnych symboli (np. słów);
- 2 przejścia pomiędzy listami opisywane są przez strzałki, przy czym od listy [**start**] strzałki jedynie wychodzą, a do listy [**stop**] – jedynie dochodzą;
- 3 budowanie wyrażenia zaczyna się od listy [**start**] i polega na przechodzeniu do list kolejnych, zgodnie z kierunkiem strzałek; jeśli od pewnej listy wychodzi więcej niż jedna strzałka, wolno posłużyć się dowolną z nich;
- 4 przejściu przez każdą (zwykłą) listę towarzyszy emisja jednego symbolu, do niej należącego;
- 5 konstrukcja wyrażenia kończy się w momencie osiągnięcia listy [**stop**].

Opis konstrukcji wyrażeń za pomocą automatów skończonych jest rzecz jasna bardzo uproszczony. W szczególności, nie można za ich pomocą wyjaśnić dłaczego niektóre wyrażenia są poprawne, a inne nie; do tego celu potrzebne są modele bardziej skomplikowane.

Zwróćmy jeszcze uwagę na jedną rzecz: otóż jeśli wyrażenia  $A$  i  $B$  znajdują się na tej samej liście w automacie, który produkuje wyłącznie ciągi poprawne gramatycznie, to w dowolnym poprawnym gramatycznie wyrażeniu złożonym zastąpienie  $A$  przez  $B$  (bądź odwrotnie) niczego w jego poprawności nie psuje. Między innymi na tym spostrzeżeniu ufundowana jest *gramatyka kategoryalna*, której podstawom przyjrzymy się za chwilę.



## Pozostanie:

- Zasady konstrukcji automatów skończonych.