

Wprowadzenie do logiki

Pojęcie wynikania

Mariusz Urbański

Instytut Psychologii UAM

`Mariusz.Urbanski@amu.edu.pl`

Gry plan:

- jak używamy terminu *wynikanie* w potocznych kontekstach?
- racja, następstwo i związki prawdziwościowe między nimi
- wynikanie logiczne i logiczna równoważność zdań
- wynikanie entymematyczne
- skrócona metoda zerojedynkowa (aka metoda zerojedynkowa nie wprost)

Kilka kontekstów użycia terminu *wynika*:

Z istoty umowy o roboty budowlane wynika, że wykonawca może żądać zapłaty za część wykonanych robót. [z witryny Podkarpackiego Urzędu Wojewódzkiego w Rzeszowie]

Problem z dopłatami wynika z sukcesu w Kopenhadze. [z komentarza PAP]

Jak wynika z najnowszych badań, zastosowanie N-acetylocysteiny nie zmniejsza prawdopodobieństwa wystąpienia nefropatii wywołanej kontrastem. [<http://www.radiolog.pl>]

Z podstawowego ludzkiego prawa do działania wynika, że wszyscy katolicy mają prawo do angażowania się w każdą działalność, która nie powoduje cierpienia ani nie narusza praw innych. [<http://astro.temple.edu>]

Z powyższego stwierdzenia wynika, że art. 28 polskiej ustawy o prawie autorskim jest zgodny z dyrektywą dotyczącą najmu i nie była konieczna jego zmiana. [ebib.oss.wroc.pl]

Zwykle terminu *wynika* używamy wówczas, gdy chcemy pokazać, że między dwoma

zdarzeniami

zdaniem

normami

...

zachodzi relacja, która polega na tym, że jeśli jedno z nich

zachodzi

jest prawdziwe

obowiązuje

...

to drugie również, odpowiednio, **zachodzi** bądź **jest prawdziwe**, bądź **obowiązuje** itd.

Problem z dopłatami wynika z sukcesu w Kopenhadze.

pewne zdarzenia są skutkami pewnych wcześniejszych zdarzeń

Z istoty umowy o roboty budowlane wynika, że wykonawca może żądać zapłaty za część wykonanych robót.

Z podstawowego ludzkiego prawa do działania wynika, że wszyscy katolicy mają prawo do angażowania się w każdą działalność, która nie powoduje cierpienia ani nie narusza praw innych.

pewne normy obowiązują z uwagi na to, że obowiązują pewne inne normy

*Jak wynika z najnowszych badań,
zastosowanie N-acetylocysteiny nie zmniejsza
prawdopodobieństwa wystąpienia nefropatii
wywołanej kontrastem.*

*Z powyższego stwierdzenia wynika, że
art. 28 polskiej ustawy o prawie autorskim
jest zgodny z dyrektywą dotyczącą najmu
i nie była konieczna jego zmiana.*

pewne zdania są prawdziwe, dlatego że prawdziwe są pewne inne zdania

Wynikanie

Dalej interesować nas będzie wyłącznie *wynikanie* w tym ostatnim sensie – jako relacja pomiędzy zdaniami:

Ze zdania Z_1 *wynika* zdanie Z_2 wtedy i tylko wtedy gdy:

- 1) okres warunkowy, zbudowany ze zdania Z_1 jako poprzednika i zdania Z_2 jako następnika (tj. okres warunkowy postaci: „jeżeli Z_1 to Z_2 ”) jest **prawdziwy**, oraz
- 2) prawdziwość tego okresu warunkowego opiera się na jakimś **związku** między tym, co głosi zdanie Z_1 , a tym, co głosi zdanie Z_2 .

[Zygmunt Ziemiński, *Logika praktyczna*]

Związek, o którym mowa w powyższej definicji, może mieć różny charakter:

- **przyczynowy** (jak w przykładzie kopenhaskim);
- **tetyczny** (powstający z czyjegoś ustanowienia, jak związek między normami);
- **strukturalny** (powstający w wyniku określonego rozmieszczenia, np., przedmiotów w przestrzeni albo zdarzeń w czasie – w tym sensie ze zdania *Patrzę na Gwiazdę Polarną* wynika zdanie *Po lewej ręce mam zachód*);
- **analityczny** (oparty na samym tylko znaczeniu słów – w tym sensie ze zdania *Jaś jest kawalerem* wynika zdanie *Jaś nie jest żonaty*);

...

Jeśli ze zdania Z_1 wynika zdanie Z_2 , to Z_1 nazywamy **racją** a Z_2 nazywamy **następstwem**.

Związki prawdziwościowe pomiędzy racją a następstwem mogą wyglądać tak oto:

racja	następstwo
1	1
0	1
0	0

Zatem, jeśli ze zdania Z_1 (racji) wynika zdanie Z_2 (następstwo), to jeśli Z_1 jest prawdziwe, to Z_2 również musi być prawdziwe. Jeśli natomiast zdanie Z_1 (racja) jest fałszywe, to Z_2 (następstwo) może być zarówno prawdziwe, jak i fałszywe.

Rozważmy przykład: ze zdania

() Jaś poszedł do kiosku po gazetę.*

wynika zdanie

*(**) Jaś wyszedł z domu.*

Jest tak, ponieważ: jeśli (*) jest prawdziwe, to (**) również musi być prawdziwe, a ponadto zachodzi między nimi związek treściowy (o charakterze, nb, strukturalnym).

A jeśli zdanie (*) jest fałszywe? Jeśli Jaś nie poszedł do kiosku po gazetę, to mogło się naturalnie zdarzyć tak, że został w domu. Ale czy mogło się zdarzyć, że jednak wyszedł?

Oczywiście, że mogło się tak zdarzyć. Jaś mógł pójść, np., gdzie indziej po, np., coś innego (zdanie (**)) jest prawdziwe). Ale równie dobrze mógł nigdzie nie wychodzić (zdanie (**)) jest fałszywe).

A zatem: prawdziwość racji przesądza o prawdziwości następstwa, natomiast fałszywość racji nie przesądza o wartości logicznej następstwa.

Z drugiej strony, jeśli Jaś nie wyszedł z domu (zdanie (**)) jest fałszywe), to na pewno nie poszedł do kiosku po gazetę (zdanie (*)) również jest fałszywe).

A zatem: fałszywość następstwa przesądza o fałszywości racji.

RACJA

NASTĘPSTWO

prawdziwa

prawdziwe

falszywa

falszywe



[Z. Ziemiński, *Logika praktyczna*]

Czasami prawdziwość implikacji, zbudowanej z *racji* jako *poprzednika* i *następstwa* jako *następnika* gwarantowana jest przez samą strukturę jednego i drugiego:

- ze zdania *Jaś lubi pierogi i placki ziemniaczane* wynika zdanie *Jaś lubi pierogi*
- ze zdania $2+2=4$ i *Ziemia jest trzecią planetą od Słońca* wynika zdanie $2+2=4$

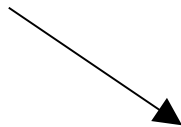
Co więcej, z każdego zdania o schemacie $p \wedge q$ wynika zdanie o schemacie p .

Dlaczego?

Z każdego zdania o schemacie $p \wedge q$ wynika zdanie o schemacie p , ponieważ formuła o postaci $(p \wedge q) \rightarrow p$ jest **tautologią** (nb. jest to jedno z dwóch praw *symplifikacji*).

Zdania

- *Jeżeli Jaś lubi pierogi i placki ziemniaczane, to Jaś lubi pierogi*
 - *Jeżeli $2+2=4$ i Ziemia jest trzecią planetą od Słońca, to $2+2=4$*
- są **prawdami logicznymi**.



prawdy logiczne to zdania, których schematy są tautologiami

Ściśle rzecz biorąc, mamy tu do czynienia z wynikaniem *logicznym*.

Wynikanie logiczne

Ze zdania Z_1 wynika logicznie zdanie Z_2 wtedy i tylko wtedy gdy okres warunkowy, zbudowany ze zdania Z_1 jako poprzednika i zdania Z_2 jako następnika (tj. okres warunkowy postaci: jeżeli Z_1 to Z_2) jest **prawdą logiczną**.

[K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*]

Zdania Z_1 i Z_2 są **logicznie równoważne** wtedy i tylko wtedy, gdy wynikają logicznie z siebie nawzajem (z Z_1 wynika logicznie Z_2 i z Z_2 wynika logicznie Z_1).

Sprawdzanie, czy ze zdania Z_1 logicznie wynika zdanie Z_2 sprowadza się więc do zbadania tautologiczności pewnej formuły, a mianowicie implikacji o postaci:

$$A_1 \rightarrow A_2$$

gdzie A_1 jest schematem zdania Z_1 (racji), natomiast A_2 jest schematem zdania Z_2 (następstwa)

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1

Aby sprawdzić, czy zdania Z_1 i Z_2 są logicznie równoważne, należałoby sprawdzić, czy tautologiami są **obie** implikacje:

$$A_1 \rightarrow A_2$$

$$A_2 \rightarrow A_1$$

bądź też, co na to samo wychodzi, czy tautologią jest równoważność:

$$A_1 \leftrightarrow A_2$$

Rozważmy dwa zdania:

(1) *Poznań jest miastem i Poznań nie jest miastem.*

(2) $2+2=4$

Czy z (1) wynika logicznie (2) ?

Czy ze zdania *Poznań jest miastem i Poznań nie jest miastem* wynika logicznie zdanie $2+2=4$?



Czy zdanie *Jeżeli Poznań jest miastem i Poznań nie jest miastem, to $2+2=4$* jest prawdą logiczną?



Czy formuła $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$ jest tautologią?

p	q	$\neg p$	$(p \wedge \neg p)$	$(p \wedge \neg p) \rightarrow q$
1	1	0	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

Czy ze zdania *Poznań jest miastem i Poznań nie jest miastem* wynika logicznie zdanie $2+2=4$?



Czy zdanie *Jeżeli Poznań jest miastem i Poznań nie jest miastem, to $2+2=4$* jest prawdą logiczną?



Czy formuła $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$ jest tautologią?

TAK



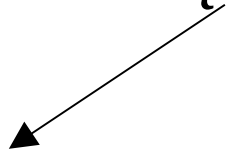
TAK



TAK

Ale jak to tak ???

Ze zdania **wewnętrznie sprzecznego** wynika logicznie **dowolne** zdanie.



zdania **wewnętrznie sprzeczne**
to zdania, których schematy
są kontrtautologiami:

p	q	$\neg p$	$p \wedge \neg p$	$(p \wedge \neg p) \rightarrow q$
1	1	0	0	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

Rozważmy następującą parę zdań:

(2) $2+2=4$

(3) *Poznań jest miastem lub Poznań nie jest miastem.*

Czy z (2) wynika logicznie (3) ?

Czy ze zdania $2+2=4$ wynika logicznie zdanie *Poznań jest miastem lub Poznań nie jest miastem* ?



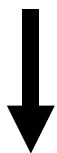
Czy zdanie *Jeżeli $2+2=4$, to Poznań jest miastem lub Poznań nie jest miastem* jest prawdą logiczną?



Czy formuła $q \rightarrow (p \vee \neg p)$ jest tautologią?

p	q	$\neg p$	$p \vee \neg p$	$q \rightarrow (p \vee \neg p)$
1	1	0	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

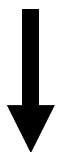
Czy ze zdania $2+2=4$ wynika logicznie zdanie *Poznań jest miastem lub Poznań nie jest miastem* ?



TAK



Czy zdanie *Jeżeli $2+2=4$, to Poznań jest miastem lub Poznań nie jest miastem* jest prawdą logiczną?



TAK



Czy formuła $q \rightarrow (p \vee \neg p)$ jest tautologią?

TAK

Prawda logiczna wynika logicznie z **dowolnego** zdania:

p	q	$\neg p$	$p \vee \neg p$	$q \rightarrow (p \vee \neg p)$
1	1	0	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

Te „dziwne” zachowania relacji wynikania logicznego biorą się z własności prawdziwościowych spójnika implikacji:

p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

implikacja o fałszywym
poprzedniku jest prawdziwa

p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

implikacja o prawdziwym
następniku jest prawdziwa

implikacja o fałszywym
poprzedniku jest prawdziwa

implikacja o prawdziwym
następniku jest prawdziwa

są to tzw. *paradoksy implikacji (materialnej)*

formalnie wyrażane, np., przez następujące tautologie:

$$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$$

(prawo Dunsza Szkota)

$$p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

(prawo poprzednika)

Charakterystyka implikacji jako spójnika prawdziwościowego, tworzącego zdanie fałszywe tylko wówczas, gdy jego pierwszy argument jest prawdziwy a drugi fałszywy, budziła spore kontrowersje już w starożytności. Znany jest spór między Filonem z Megary a Diodorem Kronosem:

Według Filona okres warunkowy „Jeśli jest dzień, to rozmawiam” jest prawdziwy gdy jest dzień i rozmawiam, ponieważ w tym przypadku poprzednik „Jest dzień” jest prawdziwy i następnik „Rozmawiam” również jest prawdziwy; wedle Diodora natomiast, taki okres warunkowy jest fałszywy, ponieważ możliwe jest, że poprzednik „Jest dzień” jest prawdziwy, zaś następnik „Rozmawiam” jest fałszywy – wtedy mianowicie, gdy zamilkłem (...)

[Benson Mates, *Stoic Logic*]

To, co dla formuł wyrażających paradoksy implikacji materialnej charakterystyczne, to brak gwarancji wystarczających związków treściowych między poprzednikiem i następnikiem. Stąd, np., w logikach *relewantnych* postuluje się, aby prawa implikacyjne posiadały w poprzedniku i następniku wspólne zmienne zdaniowe.

Ceną za ekstensjonalny charakter implikacji materialnej jest poświęcenie niektórych intuicji, jakie w języku potocznym żywimy co do warunków prawdziwości okresów warunkowych. Niektórych – ale bynajmniej nie wszystkich.

Rozważmy następujący okres warunkowy:

(#) Jeśli będę zdrowy, to przyjdę na zajęcia.

Kiedy złamię taką obietnicę?

(#) Jeśli będę zdrowy, to przyjdę na zajęcia.

Mamy, jak zwykle, cztery możliwości:

- (1) jestem zdrowy i przychodzę – dotrzymuję słowa, (#) jest prawdziwe;
- (2) jestem zdrowy, ale nie przychodzę, siedzę w domu i cieszę się ciepłem kaloryferów, pieca, kominka* – złamałem obietnicę, (#) jest fałszywe;
- (3) nie jestem zdrowy, ale przychodzę i sieję zarazkami naokoło – ale obietnicy przecież nie złamałem, (#) jest prawdziwe;
- (4) nie jestem zdrowy i nie przychodzę – nie złamałem obietnicy, (#) jest prawdziwe.

*niepotrzebne skreślić

(#) Jeśli będę zdrowy, to przyjdę na zajęcia.

(1) $1 \rightarrow 1$, (#) jest prawdziwe;

(2) $1 \rightarrow 0$, (#) jest fałszywe;

(3) $0 \rightarrow 1$, (#) jest prawdziwe;

(4) $0 \rightarrow 0$, (#) jest prawdziwe;

A tak właśnie wygląda tabela prawdziwościowa spójnika \rightarrow .

Czy ze zdania

Nemo jest rybą

wynika zdanie

Nemo nie jest ssakiem

?

Racja: *Nemo jest rybą*

Następstwo: *Nemo nie jest ssakiem*

Oczywiście, że tak. Prawdziwość racji gwarantuje tu prawdziwość następstwa, a związek, jaki między nimi zachodzi, ma charakter analityczny.

A czy jest to wynikanie logiczne?

Wynikanie entymematyczne

Ano, nie. Dla implikacji *Jeżeli p , to nie q* znajdziemy takie podstawienia zdań za zmienne, przy których otrzymamy zdanie fałszywe (implikacja ta nie jest zatem tautologią, jej podstawienia nie są prawdami logicznymi).

Ale wiemy również, że prawdą jest, iż *Jeśli Nemo jest rybą, to nie jest ssakiem*. A implikacja $(p \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg q$ (*jeżeli p i jeżeli p to nie q , to nie q*) jest tautologią (co możemy pokazać, np., budując stosowną tabelę zerojedynkową).

Ze zdania *Nemo jest rybą* zdanie *Nemo nie jest ssakiem* wynika entymematycznie, z uwagi na zdanie *Jeśli Nemo jest rybą, to nie jest ssakiem*.

Wynikanie entymematyczne

Ze zdania A wynika zdanie B entymematycznie ze względu na zdanie C – zawsze i tylko wtedy, gdy – ze zdania A nie wynika logicznie zdanie B , ale z koniunkcji zdań A i C zdanie B logicznie wynika.

[K. Ajdukiewicz, *Logika pragmatyczna*]

Czy ze zdania*

Anastazja poślubi Pierejaszyna i popełni mezalians, zaś jeśli popełni mezalians, to zostanie wydziedziczona.

wynika logicznie zdanie

Jeśli Anastazja nie pochodzi z rodziny bojarskiej, to nieprawda, że jeśli poślubi Pierejaszyna, to popełni mezalians.

?

*Przykład ten i następny – za: Teresa Hołówka, *Kultura logiczna w przykładach*

Czy ze zdania

*Anastazja poślubi Pierejaszyna i popełni megalians, $(p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)$
zaś jeśli popełni megalians, to zostanie
wydziedziczona.*

wynika logicznie zdanie

*Jeśli Anastazja nie pochodzi z rodziny bojarskiej, $\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$
to nieprawda, że jeśli poślubi Pierejaszyna,
to popełni megalians.*

$$(*) ((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

Skrócona metoda zerojedynkowa

Czy formuła

$$(*) ((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

jest tautologią?

Sprawdzać tautologiczność formuł KRZ możemy na kilka sposobów. Budowanie tabel zerojedynkowych pozwala na pełne scharakteryzowanie prawdziwościowych własności formuł, ale bywa kłopotliwe – zwłaszcza, gdy w formule występuje kilka zmiennych zdaniowych.

Jeśli zależy nam nie na pełnej charakterystyce własności prawdziwościowych formuły, a tylko na stwierdzeniu, czy jest ona tautologią, czy nie – wystarczy nam zwykle coś skromniejszego niż cała tabela, mianowicie **jeden jej wiersz**.

Czy formuła

$$(*) ((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

jest tautologią?

Założmy, że nie – czyli że istnieje taki wiersz tabeli zerojedynkowej dla tej formuły, który kończy się zerem:

p	q	r	s	$p \wedge q$	$q \rightarrow r$	$(p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)$	$\neg s$	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$	$(*)$
...
											0
...

$$(*) ((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

Z własności prawdziwościowych spójników implikacji, negacji i koniunkcji otrzymujemy, po kolei:

p	q	r	s	$p \wedge q$	$q \rightarrow r$	$(p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)$	$\neg s$	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$	$(*)$
...
						1				0	0
...

$$(*) ((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

p	q	r	s	$p \wedge q$	$q \rightarrow r$	$(p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)$	$\neg s$	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$	$(*)$
...
				1	1	1	1	1	0	0	0
...

$$(*) ((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

p	q	r	s	$p \wedge q$	$q \rightarrow r$	$(p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)$	$\neg s$	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$	$(*)$
...
1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
...

$$(*) ((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

p	q	r	s	$p \wedge q$	$q \rightarrow r$	$(p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)$	$\neg s$	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$	$(*)$
...
1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
...

No i jest. Znaleźliśmy kombinację wartości logicznych zmiennych, dla której formuła (*) jest fałszywa – a skoro istnieje **przynajmniej jedna** taka kombinacja, formuła ta **nie jest** tautologią (i nie musimy się przejmować resztą tabeli). Metodę, za pomocą której dokonaliśmy rachunków, nazywać będziemy **skróconą** metodą zerojedynkową (albo metodą zerojedynkową nie wprost).

A zatem, ze zdania

Anastazja poślubi Pierejaszyna i popełni mezalians, zaś jeśli popełni mezalians, to zostanie wydziedziczona.

nie wynika logicznie zdanie

Jeśli Anastazja nie pochodzi z rodziny bojarskiej, to nieprawda, że jeśli poślubi Pierejaszyna, to popełni mezalians.

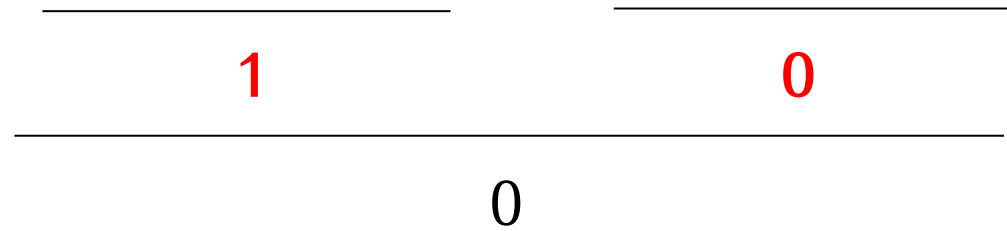
Co więcej, z żadnego zdania o schemacie $(p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)$ nie wynika logicznie jakiegokolwiek zdanie o schemacie $\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q)$.

Nieco inaczej badanie tautologiczności metodą skróconą moglibyśmy przedstawić, korzystając z obrazka następującego:

$$((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

0

$$((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$



$$((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

1	1	1	0
1		0	
0			

$$((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

$\frac{1 \quad 1}{1}$	$\frac{\quad}{1}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{\overline{1}}{0}$
$\frac{\quad}{1}$		$\frac{\quad}{0}$	
$\frac{\quad}{0}$			

$p = 1$
 $q = 1$
 $r =$
 $s = 0$

$$((p \wedge q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg(p \rightarrow q))$$

$\frac{1 \quad 1}{1}$	$\frac{\color{blue}1 \quad \color{red}1}{1}$	$\frac{0}{1}$	$\frac{\color{blue}1 \quad \color{blue}1}{1}$
1		0	
0			

$p = 1$
 $q = 1$
 $r = 1$
 $s = 0$

Czy ze zdania

*Jeśli Anastazja poślubi Pierejaszyna, to
popętni mezalians, zaś jeśli popętni mezalians,
to zostanie wydziedziczona.*

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$$

wynika logicznie zdanie

*Jeśli Anastazja poślubi Pierejaszyna,
to zostanie wydziedziczona.*

$$(p \rightarrow r)$$

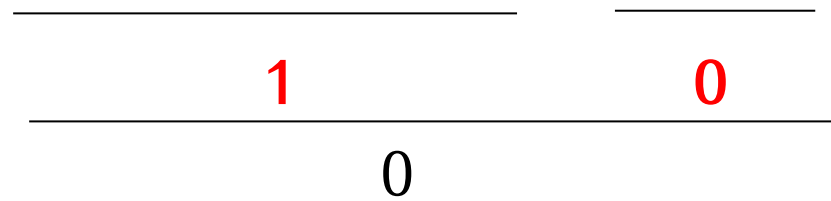
?

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

0

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$



$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

1	1	1	0
1		0	
0			

$$p = 1$$

$$q =$$

$$r = 0$$

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \color{blue}{1} \quad \color{red}{?} \\ \hline 1 \end{array} & \begin{array}{c} \color{red}{?} \quad \color{blue}{0} \\ \hline 1 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \quad 0 \\ \hline \end{array} \\ \hline & \begin{array}{c} 1 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \end{array} \\ \hline & & 0 \end{array}$$

$$p = 1$$

$$q =$$

$$r = 0$$

$$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

1	1	≠	0	0	
1				1	1
1				0	
1				0	

$$p = 1$$

$$q = ?$$

$$r = 1$$

Nie znajdziemy takiej *niesprzecznej* kombinacji wartości zmiennych zdaniowych, dla której formuła $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$ byłaby fałszywa. Skoro tak, to jest ona zawsze prawdziwa – czyli jest tautologią.

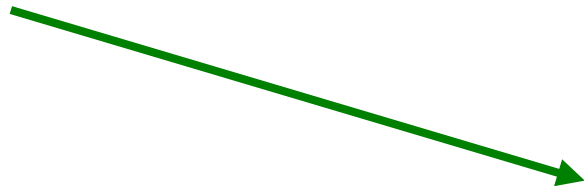
Skoro zaś formuła $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$ jest tautologią, to z dowolnego zdania o schemacie $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$, jako racji, wynika logicznie, jako następstwo, dowolne zdanie o schemacie $p \rightarrow r$. W szczególności, ze zdania

Jeśli Anastazja poślubi Pierejaszyna, to popełni megalians, zaś jeśli popełni megalians, to zostanie wydziedziczona.

wynika logicznie zdanie

Jeśli Anastazja poślubi Pierejaszyna, to zostanie wydziedziczona.

Nb. w bardzo podobny sposób możemy sprawdzać, czy zadana formuła jest **kontrtautologią** – tyle, że wówczas całe rozumowanie rozpoczniemy od założenia, że istnieje kombinacja wartości zmiennych, dla której formuła ta jest **prawdziwa**.



Dlaczego?

Pozostanie:

- definicja wynikania i kilka przymiotników:
 - przyczynowy
 - tetyczny
 - strukturalny
 - analityczny
- racja, następstwo i związki prawdziwościowe między nimi
- wynikanie logiczne
- wynikanie entymematyczne
- skrócona metoda zerojedynkowa