

# Wprowadzenie do logiki

## Kategorie syntaktyczne

Mariusz Urbański

Instytut Psychologii UAM  
Mariusz.Urbanski@amu.edu.pl

- 1 Skąd się to wzięło? Krótka historia pojęcia
- 2 Co to jest? Definicja, mniej więcej
- 3 Jakiego tego są rodzaje? Podział kategorii syntaktycznych
- 4 Jak sprawdzać, czy się dobrze poukładało? Kategorie w działaniu
  - Notacja prefiksowa i notacja infiksowa
  - Test spójności syntaktycznej

Kategoria – pierwotnie: skarga, oskarżenie, akt oskarżenia.

**Arystoteles** użył tego terminu jako skrótu dla „sposobu orzekania o dowolnym podmiocie” i wyróżnił dziesięć kategorii: substancji, stosunku, ilości, jakości, czasu, miejsca, położenia, posiadania, doznawania, czasu i miejsca.

**Kant** mianem kategorii określał czyste (aprioryczne) pojęcia intelektu, które umożliwiają pomyślenie przedmiotów. Dzielił je na cztery grupy, odpowiadające poszczególnym rodzajom sądów (po trzy kategorie ilości, jakości, stosunku i modalności).

# Krótką historia pojęcia

Pojęcie **kategorii syntaktycznej** bierze się z rozważań nad zagadnieniami składni języka, które źródło swe miały w odkryciu antynomii w teorii mnogości, i z poszukiwania kryterium spójności syntaktycznej wyrażeń złożonych:

W zagadnieniu tym [spójności syntaktycznej] idzie o podanie warunków, przy których spełnieniu twór słowny złożony z sensownych prostych wyrazów stanowi wyrażenie sensowne, posiadające jednolite znaczenie (...) Takie zestawienie wyrazów jest syntaktycznie spójne.

Kazimierz Ajdukiewicz, „O spójności syntaktycznej” (w: Język i poznanie, t. I, s. 222)

# Krótką historia pojęcia

Podobne intuicje (nieco wcześniej) Edmund Husserl wyrażał za pomocą pojęcia „kategorii znaczeniowej”:

Jeśli swobodnie zamieniamy materie [tj. wyrażenia] w ramach tej samej kategorii znaczeniowej, w wyniku mogą powstawać znaczenia fałszywe, głupie, śmieszne (...), ale z konieczności powstają znaczenia jednolite, resp. wyrażenia gramatyczne, których sens można jednolicie spełnić. Gdy tylko wykraczamy poza kategorie, tak już nie jest. (...) w wypowiedzi relacyjnej „*a* jest podobne do *b*” możemy słowo podobne zastąpić przez słowo koń – ale w ten sposób otrzymujemy zawsze tylko szereg słów, w którym każde słowo jako takie ma pewien sens, (...) ale z zasady nie otrzymujemy jednolitego zamkniętego sensu.

Edmund Husserl, *Badania logiczne*, t. II, cz. I, ss. 399–400

Kazimierz Ajdukiewicz, korzystając z wyników Stanisława Leśniewskiego, skonstruował *symbolikę, którą w zasadzie można zastosować do wszystkich prawie języków i przy pomocy której można zbudować rachunek, pozwalający zdefiniować i badać spójność syntaktyczną zestawienia słów.*

I tym właśnie zajmiemy się dalej.

Nb: nazwiska logików ze szkoły lwowsko-warszawskiej pojawiają się tu nie bez powodu, ale o tym trochę później.

Dwa wyrażenia należą do tej samej kategorii syntaktycznej wtedy i tylko wtedy, gdy dowolne poprawnie zbudowane wyrażenie, zawierające jedno z nich, nie przestaje być poprawnie zbudowanym wyrażeniem po zastąpieniu jednego przez drugie.

Wyrażenia należące do tej samej kategorii syntaktycznej są więc wzajemnie zastępowalne z zachowaniem gramatyczności.

## Kategoria syntaktyczna

jest to klasa wyrażen wzajemnie zastępowalnych z zachowaniem gramatyczności.

Dwa wyrażenia należą do tej samej kategorii syntaktycznej wtedy i tylko wtedy, gdy dowolne poprawnie zbudowane wyrażenie, zawierające jedno z nich, nie przestaje być poprawnie zbudowanym wyrażeniem po zastąpieniu jednego przez drugie.

Wyrażenia należące do tej samej kategorii syntaktycznej są więc wzajemnie zastępowalne z zachowaniem gramatyczności.

## Kategoria syntaktyczna

jest to klasa wyrażen wzajemnie zastępowalnych z zachowaniem gramatyczności.



Pojęcie „zachowywania gramatyczności” zawsze musi być zrelatywizowane do konkretnego języka, a co za tym idzie, zestawy kategorii syntaktycznych różnych języków mogą wyglądać – przynajmniej do pewnego stopnia – różnie.

Dalej zajmiemy się gramatyką, którą za Witoldem Marciszewskim nazwać możemy gramatyką logiczną (por.: W. Marciszewski, *O gramatyce, logice, algorytmach i cywilizacji informatycznej*) – gramatyką takiego języka, którego jedyną funkcją jest wyrażanie rozumowań.

# Podział kategorii syntaktycznych

- podstawowe (pierwotne)
  - **nazwy**
  - **zдания**
- pochodne
  - całe mnóstwo **funktorów**

## symbol kategorii: **n**

Przyjmiemy, że nazwą może być każde wyrażenie, które w poprawnie zbudowanym zdaniu podmiotowo-orzecznikowym może pełnić rolę podmiotu lub orzecznika.

Dla uproszczenia przyjmujemy, że rozważać będziemy języki, w których wszystkie nazwy będą należały do jednej i tej samej kategorii syntaktycznej (co jest uproszczeniem idącym dość daleko – por. supozycja prosta a supozycja formalna).

## symbol kategorii: z

Posługiwać będziemy się podejrzanym ale poręcznym pojęciem zdania w sensie logicznym, oznaczającym wyrażenia, które mają wartość logiczną (t.j. są prawdziwe albo fałszywe).

Z grubsza odpowiada to pojęciu zdania oznajmującego, ale tylko z grubsza. Zdaniemiami w tym sensie są też, np. pytania retoryczne albo wyrażenia takie jak: *Pożar!*

Nb. gramatyczne kryterium dla „bycia zdaniem” jest zwykle kryterium syntaktycznym. Tutaj posługiwać się będziemy kryterium semantycznym.

I nazwami, i zdaniemiami zajmiemy się dokładniej za czas jakiś.

symbol kategorii: ułamki liczyć będziemy 😊

Wyrażenia, które nie są ani nazwami, ani zdaniami, ale służą do wiązania innych wyrażen (swoich argumentów) w wyrażenia bardziej złożone.

funktory i argumenty:

$f(x, y)$

$3 + 254,6$

Jaś kocha Małgosię

zielona ławka

Poznań leży między Warszawą a Berlinem

symbol kategorii funktorowej:

ułamek, w którego **liczniku** znajduje się symbol kategorii syntaktycznej wyrażenia złożonego z funktora i jego argumentów, a w **mianowniku** znajdują się symbole kategorii syntaktycznych kolejnych argumentów funktora.

*co powstaje*  
—  
*z czego powstaje*

Jaś kocha Małgosię

**z**  
Jaś kocha Małgosię



z  
Jaś kocha Małgosię  
n n

Jaś      <sup>z</sup> **kocha**      Małgosię  
**n**       $\frac{z}{nn}$       **n**

	<b>z</b>	
Jaś	kocha	Małgosię
<b>n</b>	$\frac{z}{nn}$	<b>n</b>

„Jaś kocha Małgosię” – zdanie (**z**)

„Jaś”, „Małgosia” – nazwy (**n**)

„kocha” – funktor zdaniotwórczy od dwóch argumentów nazwowych ( $\frac{z}{nn}$ , ew. **z/nn**)

Z uwagi na **kategorie syntaktyczne** wyrażeń przez nie **tworzonych**:  
zdaniotwórcze, nazwotwórcze, funktorotwórcze.

Z uwagi na **liczbe argumentów**:  
jednoargumentowe, dwuargumentowe, ...

Z uwagi na **kategorie syntaktyczne argumentów**:  
od argumentów nazwowych, zdaniowych, funktorowych, w różnych kombinacjach.

# Kilka co bardziej istotnych typów funktorów

- funktory zdaniotwórcze od argumentów nazwowych (predykaty): „kocha”, „jest zielony”, „leży między a”;
- funktory zdaniotwórcze od argumentów zdaniowych (spójniki zdaniowe): „i”, „a”, „mimo że”, „jeżeli to”;
- funktory nazwotwórcze od argumentów nazwowych (spójniki nazwowe): „i” (ale w innym kontekście, niż wyżej), „nad”;
- funktory zdaniotwórcze od jednego argumentu nazwowego i jednego argumentu zdaniowego (spójniki epistemiczne): „wierzy że”, „wątpi czy”.

Do testowania spójności syntaktycznej będziemy potrzebowali odróżnienia prefiksowej i infiksowej notacji funktorów:

- w notacji infiksowej funktory wpisuje się między ich argumentami:

$$2 + 2 = 4$$

- w notacji prefiksowej funktory wypisuje się przed ich argumentami:

$$= +224$$

Niech  $N$  będzie rozważanym wyrażeniem.

1. Przypisz wyrażeniom składowym wyrażenia  $N$  odpowiadające im kategorie syntaktyczne.
2. Zapisz wyrażenie  $N$  w notacji prefiksowej.
3. Zastąp wyrażenia składowe wyrażenia  $N$  symbolami ich kategorii syntaktycznych, tworząc w ten sposób ciąg symboli kategorii syntaktycznych.
4. Sprawdź (od lewej!), czy w ciągu tym występuje zwarta (tj. powiązana bezpośrednim sąsiedztwem) grupa wskaźników, mająca na pierwszym miejscu wskaźnik ułamkowy, po którym bezpośrednio następują takie wskaźniki, jakie znajdują się w mianowniku owego ułamka. Jeśli znajdziesz taką grupę, zastąp ją licznikiem wskaźnika ułamkowego.
5. Postępowanie to powtarzaj do momentu, gdy się okaże, że żadna zwarta grupa wskaźników nie spełnia warunku opisanego w punkcie 4.

6. Jeśli ciąg symboli kategorii syntaktycznych redukuje się do jednego tylko wskaźnika, będącego pojedynczą literą lub pojedynczym ułamkiem, znaczy to, że  $N$  jest wyrażeniem spójnym syntaktycznie z kategorii oznaczonej tak uzyskanym wskaźnikiem. W przeciwnym przypadku  $N$  nie jest wyrażeniem spójnym syntaktycznie.



# Test spójności syntaktycznej: przykład 1

Niech rozważanym wyrażeniem  $N$  będzie  $16 = 2 \times (11 + 3)$ .

1. Przypisz wyrażeniom składowym wyrażenia  $N$  odpowiadające im kategorie syntaktyczne.

$$16 = 2 \times (11 + 3)$$

$$\mathbf{n} \frac{\mathbf{z}}{\mathbf{nn}} \mathbf{n} \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{nn}} \mathbf{n} \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{nn}} \mathbf{n}$$

# Test spójności syntaktycznej: przykład 1

2. Zapisz wyrażenie  $N$  w notacji prefiksowej.

$$= 16 \times 2 + 11 \ 3$$

3. Zastąp wyrażenia składowe wyrażenia  $N$  symbolami ich kategorii syntaktycznych, tworząc w ten sposób ciąg symboli kategorii syntaktycznych.

$$\frac{z}{nn} \ n \ \frac{n}{nn} \ n \ \frac{n}{nn} \ n \ n$$

# Test spójności syntaktycznej: przykład 1

4. Sprawdź (od lewej!), czy w ciągu tym występuje zwarta (tj. powiązana bezpośrednim sąsiedztwem) grupa wskaźników, mająca na pierwszym miejscu wskaźnik ułamkowy, po którym bezpośrednio następują takie wskaźniki, jakie znajdują się w mianowniku owego ułamka. Jeśli znajdziesz taką grupę, zastąp ją licznikiem wskaźnika ułamkowego.

$$\frac{z}{nn} \ n \ \frac{n}{nn} \ n \ \frac{n}{nn} \ n \ n$$

# Test spójności syntaktycznej: przykład 1

4. Sprawdź (od lewej!), czy w ciągu tym występuje zwarta (tj. powiązana bezpośrednim sąsiedztwem) grupa wskaźników, mająca na pierwszym miejscu wskaźnik ułamkowy, po którym bezpośrednio następują takie wskaźniki, jakie znajdują się w mianowniku owego ułamka. Jeśli znajdziesz taką grupę, zastąp ją licznikiem wskaźnika ułamkowego.

$\frac{z}{nn}$  n  $\frac{n}{nn}$  n  $\frac{n}{nn}$  n n

# Test spójności syntaktycznej: przykład 1

4. Sprawdź (od lewej!), czy w ciągu tym występuje zwarta (tj. powiązana bezpośrednim sąsiedztwem) grupa wskaźników, mająca na pierwszym miejscu wskaźnik ułamkowy, po którym bezpośrednio następują takie wskaźniki, jakie znajdują się w mianowniku owego ułamka. Jeśli znajdziesz taką grupę, zastąp ją licznikiem wskaźnika ułamkowego.

$$\frac{z}{nn} \ n \ \frac{n}{nn} \ n \ \frac{n}{nn} \ n \ n$$

$$\frac{z}{nn} \ n \ \frac{n}{nn} \ n \ n$$

# Test spójności syntaktycznej: przykład 1

5. Postępowanie to powtarzaj do momentu, gdy się okaże, że żadna zwarta grupa wskaźników nie spełnia warunku opisanego w punkcie 4.

$\frac{z}{nn}$  n  $\frac{n}{nn}$  n  $\frac{n}{nn}$  n n

$\frac{z}{nn}$  n  $\frac{n}{nn}$  n n

$\frac{z}{nn}$  n n

# Test spójności syntaktycznej: przykład 1

5. Postępowanie to powtarzaj do momentu, gdy się okaże, że żadna zwarta grupa wskaźników nie spełnia warunku opisanego w punkcie 4.

$\frac{z}{nn}$  n  $\frac{n}{nn}$  n  $\frac{n}{nn}$  n n

$\frac{z}{nn}$  n  $\frac{n}{nn}$  n n

$\frac{z}{nn}$  n n

z

# Test spójności syntaktycznej: przykład 1

5. Postępowanie to powtarzaj do momentu, gdy się okaże, że żadna zwarta grupa wskaźników nie spełnia warunku opisanego w punkcie 4.

$\frac{z}{nn}$  **n**  $\frac{n}{nn}$  **n**  $\frac{n}{nn}$  **n** **n**

$\frac{z}{nn}$  **n**  $\frac{n}{nn}$  **n** **n**

$\frac{z}{nn}$  **n** **n**

**z**



# Test spójności syntaktycznej: przykład 1

6. Jeśli ciąg symboli kategorii syntaktycznych redukuje się do jednego tylko wskaźnika, będącego pojedynczą literą lub pojedynczym ułamkiem, znaczy to, że  $N$  jest wyrażeniem spójnym syntaktycznie z kategorii oznaczonej tak uzyskanym wskaźnikiem. W przeciwnym przypadku  $N$  nie jest wyrażeniem spójnym syntaktycznie.

$$\frac{z}{nn} \mathbf{n} \frac{n}{nn} \mathbf{n} \frac{n}{nn} \mathbf{n} \mathbf{n}$$

$$\frac{z}{nn} \mathbf{n} \frac{n}{nn} \mathbf{n} \mathbf{n}$$

$$\frac{z}{nn} \mathbf{n} \mathbf{n}$$

$\mathbf{z}$

A zatem wyrażenie  $16 = 2 \times (11 + 3)$  jest spójne syntaktycznie i jest zdaniem.

## Test spójności syntaktycznej: przykład 2

Niech rozważanym wyrażeniem  $N$  będzie  $16 = 2 \times (11 = 3)$ .

...

- gramatyki kategoriałne;
- gramatyki generatywne;
- programowanie logiczne;
- ...

## Pozostanie:

- Na czym polega wzajemna zastępowalność wyrażen z zachowaniem gramatyczności?
- Co to jest kategoria syntaktyczna?
- Jakiego wyróżniamy rodzaje kategorii syntaktycznych?
- Na czym polega spójność syntaktyczna wyrażen?
- Jak testować spójność syntaktyczną?