

1. Zbuduj schematy zdań (wskaż które zmienne reprezentują które predykaty):
 - (a) Niektórzy matematycy są muzykalni.
 - (b) Niektórzy matematycy nie są muzykalni.
 - (c) Wszyscy matematycy są muzykalni.
 - (d) Żaden matematyk nie jest muzykalny.
 - (e) Tylko matematycy są muzykalni.
 - (f) Nie tylko matematycy są muzykalni.
2. Które z poniższych wyrażeń nie jest poprawną formułą zdaniową języka KRP?
 - (a) $P_1^2(x_1, F_2^2(a_3, F_1^1(x_1))) \wedge \exists x_1 P_3^2(x_1, a_2)$
 - (b) $P_1^2(x_1, F_2^2(a_3, P_3^1(x_1)))$
 - (c) $P_1^2(x_1, F_2^2(a_3, F_1^1(x_1))) \rightarrow F_3^1(a_2)$
 - (d) $P_1^2(x_1, F_2^2(a_3, F_1^1(x_1))) \wedge \forall a_2 P_3^2(x_1, a_2)$
 - (e) $P_1^2(x_1, F_2^2(a_3, F_1^1(x_1))) \wedge P_3^2(F_1^1(x_1), F_1^1(a_2))$
 - (f) $P_1^2(x_1, F_2^2(a_3, F_3^2(x_1)))$
3. Przyjmując, że zmienne x, y, z przebiegają zbiór liczb naturalnych, zapisz za pomocą predykatów $=$ i $<$ następujące twierdzenia arytmetyki:
 - (a) Każda liczba jest równa sobie samej.
 - (b) Żadna liczba nie jest mniejsza od samej siebie.
 - (c) Istnieje liczba najmniejsza.
 - (d) Jeżeli jakaś liczba jest mniejsza od pewnej liczby, to ta druga nie jest mniejsza od pierwszej.
 - (e) Nie istnieje liczba największa.
 - (f) Z każdych dwu różnych liczb jedna jest mniejsza od drugiej.
 - (g) Każde dwie liczby równe trzeciej są równe między sobą.
4. Przyjmując, że zmienne x, y, z przebiegają zbiór liczb naturalnych, zapisz za pomocą stosownych symboli następujące twierdzenia arytmetyki:
 - (a) Dodawanie jest przemienne.
 - (b) Mnożenie jest przemienne.
 - (c) Dodawanie jest łączne.
 - (d) Dodawanie jest łączne.
 - (e) Jeśli dwie liczby są równe, to ich następniki też.
 - (f) Iloczyn jednej liczby i następnika drugiej jest równy sumie iloczynu tych dwóch liczb i pierwszej z nich.
 - (g) Jeśli zero posiada pewną własność P oraz jeśli dla dowolnej liczby jest tak, że gdy posiada ona własność P to jej następnik również ją posiada, to każda liczba posiada własność P .
5. Zbuduj prawdziwe zdania wedle następujących schematów:
 - (a) $\forall x(xRx)$
 - (b) $\forall x\neg(xRx)$
 - (c) $\forall x\forall y(xRy \rightarrow yRx)$
 - (d) $\forall x\forall y(xRy \rightarrow \neg yRx)$
 - (e) $\forall x\forall y(xRy \wedge yRx \rightarrow y = x)$
 - (f) $\forall x\forall y\forall z(xRy \wedge yRz \rightarrow xRz)$
 - (g) $\forall x\forall y(xRy \vee yRx \vee y = x)$

- (h) $\forall x \forall y (x \neq y \rightarrow xRy \vee yRx)$
- (i) $\forall x \forall y \forall z (xRy \wedge xRz \rightarrow yRz)$
- (j) $\forall x \exists y (xRy)$

Jakie własności relacji R wyrażają te formuły?

6. Zbuduj schematy zdań (wskazując interpretację poszczególnych stałych pozalogicznych):

- (a) Niektórzy naiwni policjanci nie są nieprzekupni.
- (b) Jeżeli wszystko jest pomarańczowe, to wszystko posiada jakąś barwę.
- (c) Każda pszczoła jest przyjacielem Kubusia Puchatka.
- (d) Każdy, kto jest nauczycielem i jest niecierpliwy, jest też hazardzistą.
- (e) Niektórzy mężczyźni nie są niecierpliwi lub są ospali.
- (f) Pewną brunetkę kochają wszyscy listonosze.
- (g) Każdy śpioch jest leniwy i niektórzy ludzie leniwi są nieśmiali.
- (h) Wszystkie zające uciekają widząc pewnego wilka.
- (i) Niektórzy twardziele jadają wyłącznie marchewkę.
- (j) Tylko marchewka jest przedmiotem pożądania każdego zajączka.

7. Zbuduj zdania według schematów:

- (a) $\forall x \forall y (P_1^1(x) \wedge P_2^1(y) \rightarrow P_1^2(y, x))$
- (b) $\exists y \forall x (P_1^1(y) \wedge P_1^2(x, y) \rightarrow P_2^1(x))$
- (c) $\forall x \forall (P_1^1(x) \wedge P_2^1(y) \rightarrow P_1^2(x, y))$
- (d) $\forall x (P_2^1(x) \rightarrow \neg \exists y (P_2^1(y) \wedge P_1^2(y, x)))$

przy podstawieniu: za P_1^1 predykatu „... jest petentem”, za P_2^1 predykatu „... jest urzędnikiem”, za P_1^2 predykatu „... wystucha ...”.

zadanie 1, 3: B. Stanosz, *Ćwiczenia z logiki*